

## Návody k 2. sérii letnej časti KMS 2015/2016

### Úloha č. 1:

Na začiatku Maťko začne s bodmi  $A, B, C$  a dokreslí ortocentrum  $H$  trojuholníka  $ABC$ . Kde ležia potom ortocentra trojuholníkov  $ABH, BCH, CAH, ABC$ ?

### Úloha č. 2:

Ak by Veronika premieňala mince postupne zľava doprava, čarovala by 201 sekúnd. Ako by sa tento čas zmenil, ak by vymenila poradie nejakých dvoch mincí, v ktorom ich začaruje?

### Úloha č. 3:

Dokážte, že číslo, ktoré obsahuje vo svojom prvočíselnom rozklade  $n$  prvočísel, je prvočíslom  $n$ -tej úrovne. Napr.  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$  je prvočíslom tretej úrovne.

### Úloha č. 4:

Os uhla je množina bodov, ktoré majú rovnakú vzdialenosť od ramien uhla. Zvoľte si vhodnú vzdialenosť  $x$  cm. Viete nájsť bod, ktorý je vzdialený od oboch ramien uhla  $x$  cm?

### Úloha č. 5:

Koľkými spôsobmi môže Adam rozdeliť  $m$  modrých autíčok do  $s$  skupín? Koľkými spôsobmi potom môže uložiť zelené autíčka medzi tieto skupiny?

### Úloha č. 6:

Dokážte, že si aspoň siedmi vedúci vedia sadnúť za okrúhly stôl tak, aby každý vedúci sedel medzi dvoma svojimi kamarátmi. Ak nebudú sedieť za stolom všetci, ukážte, že si vie ďalší vedúci k nim prisadnúť.

### Úloha č. 7:

Všimnete si, že výšky v trojuholníku  $AXY$  sú rovnobežné so stranami v štvoruholníku  $ABCD$ . Skúste si čo najviac zjednodušiť obrázok, napríklad vyhodiť bod  $A$ . Využite  $|BX| : |XC| = |CY| : |YD|$ .

### Úloha č. 8:

Skokom dĺžky  $k$  žaba nevie preskočiť čísla  $1, 2, \dots, k$ . Z toho vieme zhora ohraničiť  $k$  (približne pomocou  $n/2$ ). Konštrukciu teraz nie je ťažké nájsť.

### Úloha č. 9:

Uvažujte najmenší spoločný násobok diferencií tých 2016 postupností a postupnosť, ktorá obsahuje jeho násobok. Zistite jej diferenciu, diferenciu ostatných postupností a nájdite spor.

### Úloha č. 10:

Na konštrukciu si zoberte Platónske teleso a odhad sa dá spraviť pomerne priamočiario viacerými spôsobmi.