

Zadania 1. série zimnej časti KMS 2012/2013

Katégoria ALFA

Úloha č. 1:

Po ceste prešlo dokopy 19 motoriek a áut. Keby prešlo o štyri autá menej, bolo by ich toľko ako dvojnásobok počtu motoriek, ktoré prešli. Koľko prešlo po ceste áut a koľko motoriek?

Úloha č. 2:

Aká cifra je na 7000. mieste za desatinnou čiarkou v čísle $\frac{1}{7000}$?

Úloha č. 3:

Určte počet všetkých trojčiferných čísel, ktoré sú devätnásťkrát väčšie ako ich ciferný súčet.

Úloha č. 4:

Turnaja vo futbale sa zúčastnilo N družstiev. Turnaj sa hral systémom každý s každým. Najviac koľko družstiev mohlo vyhrať aspoň polovicu zápasov, ak

a) N je nepárne?

b) N je párne?

Úloha č. 5:

Alibabova žena našla v zbojníckej jaskyni vrece s diamantmi. Diamantov bolo vo vnútri n , pričom prvý z nich vážil 1 g, druhý 2 g, ďalší 3 g, ..., posledný n gramov. Alibaba chcel, aby si diamanty rozdelili na dve časti, pričom tieto dve časti majú mať rovnakú hmotnosť. Pre aké n sa dá korisť rozdeliť?

Úloha č. 6:

Snehulienka má obdĺžnikovú záhradku s celočíselnými rozmermi x a y . Rozhodla sa zväčšiť si ju na rozmery $x + 5$ a $y + 6$. Týmto počínom sa jej záhradke trikrát zväčší obsah. Aké rozmery mohla záhradka pôvodne mať?

Úloha č. 7:

Cédečko má fóbiu z reálnych čísel a, b, c, x, y . Jeho strach je spôsobený tým, že platí $a^3 + ax + y = 0$, $b^3 + bx + y = 0$, $c^3 + cx + y = 0$ a navyše sú čísla a, b, c rôzne. Upokojí sa, iba ak sa dozvie, že súčet čísel a, b, c je nula. Dokážte, že sa nemá čoho báť.

Katégoria BETA

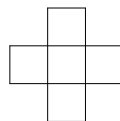
Úlohy číslo **5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:

Nech q je kladné racionálne číslo. Dieťaťom čísla q nazvime čísla $q + 1$ a $\frac{q}{q+1}$. Potomkami čísla q nazvime deti q a deti všetkých potomkov q . Ondro napísal na tabuľu všetkých potomkov čísla 1. Dokážte, že každé kladné racionálne číslo sa nachádza na tabuli práve raz.

Úloha č. 9:

Edo si pod vankúšom schováva nekonečný štvorčekový papier. Jednej noci ho navštívila zubná víla Stanka a zafarbila každý štvorček na tomto papieri jednou z jej piatich obľúbených farieb¹. Edo si ráno všimol, že každý kríž z piatich štvorčekov (ako na obrázku) obsahuje každú farbu práve raz. Vzápätí si uvedomil, že potom aj každý obdĺžnik 5×1 musí obsahovať každú farbu práve raz. Prečo je to tak?



Úloha č. 10:

Filip písal na tabuľu pod seba čísla. Prvé a druhé číslo bolo 1. Každé ďalšie si vyrátal sčítaním dvoch predošlých a pripočítaním čísla 1. Prizerajúci sa Matúš sa zamyslel nad nasledujúcou otázkou: aké sú všetky dvojice prirodzených čísel (n, m) také, že n -té číslo na tabuli je tvaru $2^m - 1$?

¹cyklaménová, lososová, fuchsiová, búrková modrá, biela

Úloha č. 11:

Podmnožina prirodzených čísel S sa nazýva *čarovná*, ak pre každé dva rôzne prvky i, j z tejto podmnožiny platí, že do množiny S patrí aj číslo

$$\frac{i+j}{\text{NSD}(i,j)}.$$

Nájdite všetky čarovné množiny. Poznámka: $\text{NSD}(i, j)$ označuje najväčšieho spoločného deliteľa čísel i, j .

Odporúčaná literatúra

Nielen začínajúcim riešiteľom odporúčame preštudovať si nasledujúce knihy o riešení matematických problémov: Hecht, T. – Sklenáriková, Z.: Metódy riešenia matematických úloh

Larson, L. C.: Metódy riešenia matematických problémov. ALFA, Bratislava, 1990.

Zoznam ďalšej odporúčanej literatúry (aj pre pokročilých riešiteľov), či informácie o jej zapožičaní z našej knižnice nájdete na internete na adrese kms.sk/kniznica.

Fórum o príkladoch

Pre nedočkavcov funguje na stránke KMS diskusné fórum o príkladoch z KMS. Nájdete ho na adrese kms.sk/forum a môžete na ňom hneď po termíne danej série začať diskutovať o vašom najobľúbenejšom alebo najmenej obľúbenom príklade, prípadne zverejniť svoje riešenie pre ostatných riešiteľov.

Kategória **ALFA, BETA**: Termín odoslania riešení je **8. október 2012** (pre zahraničie 5. október 2012).

Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

kms.sk

Projekt č. LPP-0103-09 je riešený s finančnou podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja.