Korešpondenčný matematický seminár

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského

Slovenská komisia Matematickej olympiády

Jednota slovenských matematikov a fyzikov

Milí študenti, učitelia a ostatní matematickí nadšenci!

Dostávate do rúk úvodný leták zimnej časti 38. ročníka Korešpondenčného Matematického Seminára (KMS). Táto súťaž organizovaná občianskym združením Trojsten na pôde Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave (FMFI UK) je pre stredoškolákov jedinečnou príležitosťou na zdokonalenie svojich matematických schopností a logického myslenia. Zručnosti a skúsenosti získané pri riešení tohto seminára, prípadne pri účasti na záverečnom sústredení, sú veľmi cennou devízou aj pri riešení Matematickej olympiády (MO). Mladším a začínajúcim študentom je určená kategória ALFA, pre starších a skúsenejších je kategória BETA. Každý môže, samozrejme, v rámci svojich možností, riešiť obidve kategórie. Podrobnejšie informácie o jednotlivých kategóriách nájdete v pravidlách. Pre tých, ktorí majú vyššie ambície a chceli by uspieť na celoštátnom kole MO-A, je určený seminár *i*KS (Medzinárodný korešpondenčný seminár), ktorý organizujú vedúci KMS v spolupráci s českými kolegami z Matematického korespondenčního semináře. Tento seminár má veľmi špecifický cieľ, ktorým je príprava študentov na CK MO-A a aj na Medzinárodnú matematickú olympiádu. Ak máte akékoľvek otázky alebo pripomienky, smelo nás kontaktujte e-mailom na adrese `kms@kms.sk`, prípadne ich pošlite písomne na adresu uvedenú pod zadaniami.

Veľa úspechov a radosti z riešenia vám želajú

vaši organizátori

Pravidlá KMS

Pozor, pravidlá sa od minulej série zmenili!

Všeobecné informácie o korešpondenčnom matematickom seminári

Súťaž sa skladá z dvoch nezávislých častí — zimnej a letnej. Každá z nich prebieha v rámci školského polroka. Na konci každej časti budú najúspešnejší riešitelia pozvaní na záverečné sústredenie. Každá časť pozostáva z troch sérií úloh. Zadania prvých dvoch sérií máš pred sebou a zadania tretej série pošleme tým, ktorí nám pošlú prihlášku. Úlohy budú obodované počtom bodov od 0 po 9. Body sa pritom udeľujú aj za čiastkové či neúplné riešenia. Za každú sériu sa riešiteľovi do poradia započíta 5 úloh s najväčším bodovým ziskom.

Kategórie ALFA a BETA

Na to, aby si vedel, ktoré príklady môžeš riešiť, potrebuješ poznať svoj koeficient κ. Tento koeficient si môžeš vypočítať ako $\kappa = r + \frac{2}{3}u + c$, pričom výsledok zaokrúhli nahor na celé číslo. Číslo r je tvoj ročník, číslo u je počet tvojich úspešných semestrov a číslo c je počet tvojich účastí na celoštátnom kole Matematickej olympiády. Semester považuj za úspešný, ak sa ti počas neho podarilo získať pozvánku na sústredenie KMS alebo si sa ho zúčastnil ako náhradník.

Kategóriu ALFA môžu riešiť len študenti stredných škôl, ktorí sa nezúčastnili celoštátneho kola matematickej olympiády a ktorých koeficient κ je najviac 3.

Kategóriu BETA môžu riešiť všetci (aj zahraniční) študenti stredných škôl. Riešitelia ALFY sa vo výsledkovej listine BETY objavia až po sérii, v ktorej pošlú aspoň jednu z úloh 8, 9 alebo 10.

Kategória ALFA

Pre riešiteľov kategórie ALFA sú určené príklady 1–7. Úlohu číslo 1 môžu súťažne riešiť len študenti s $\kappa \leq 1$ a úlohu číslo 2 len študenti s $\kappa \leq 2$. Ostatné úlohy (3–7) môžu riešiť všetci riešitelia kategórie ALFA.

Kategória BETA

Pre riešiteľov kategórie BETA sú určené príklady 4–10. Úlohu číslo 4 môžu súťažne riešiť len študenti s $\kappa \leq 4$ a úlohu číslo 5 len študenti s $\kappa \leq 7$. Ostatné úlohy (6–10) môžu riešiť všetci riešitelia kategórie BETA.

Pozývanie na sústredenia

Po zimnej časti sa uskutočnia dve sústredenia pre najúspešnejších riešiteľov oboch kategórií ALFA a BETA. Na každé z nich bude pozvaných aspoň 30 najlepších riešiteľov príslušnej kategórie. Ostatní riešitelia môžu byť pozvaní ako náhradníci.

Po letnej časti sa uskutoční *jedno* sústredenie spoločné pre obe kategórie. Z každej kategórie bude na sústredenie pozvaných aspoň 20 najúspešnejších riešiteľov. Ostatní riešitelia môžu byť pozvaní ako náhradníci.

Žiaci základných škôl nebudú na sústredenie pozvaní. V špeciálnych prípadoch môže byť udelená výnimka.

Pokyny pre riešiteľov

- Príklady rieš samostatne. Riešenie každej úlohy riadne zdôvodni. V prípade, že v časti či celom riešení používaš odbornú literatúru, uveď jej názov, autora, vydavateľstvo, rok vydania a stranu, prípadne odkaz na internetovú stránku, ak si čerpal z internetu. Samozrejme, aj v tomto prípade zašli kompletné riešenie. Za riešenie využívajúce výpočtovú techniku spravidla nedostaneš veľa bodov.
- Riešenia posielaj do termínu odoslania série. Ak posielaš riešenia z územia mimo Slovenskej republiky, treba to stihnúť do uvedeného zahraničného termínu. Riešenia odoslané po termíne odoslania (rozhodujúca je pečiatka na obálke) spôsobujú značné organizačné problémy, vyhradzujeme si preto právo udeliť nula bodov za všetky riešenia odoslané po termíne.
- Za riešenie odoslané po termíne sa považuje aj akékoľvek riešenie odovzdané organizátorom osobne.
- Riešenie každého príkladu píš na samostatný papier formátu A4. Ku každému príkladu uveď svoje meno, triedu, školu a adresu! Vítané sú aj riešenia v angličtine a češtine a riešenia písané v TEXu. Z organizačných dôvodov nebudú opravované riešenia písané v iných jazykoch.
- Na našej stránke `www.kms.sk/template` si môžeš stiahnuť a vytlačiť predlohy pre riešenia.
- Riešenia píš čitateľne. Ak nebudeme schopní prečítať časť tvojho riešenia, vyhradzujeme si právo neudeliť ti za tú časť body. Môžeš zvážiť písanie riešenia na počítači.
- Opravené, obodované a okomentované riešenia spolu so vzorovými riešeniami a prípadnou ďalšou korešpondenciou ti môžu byť zasielané domov, na internát alebo na inú adresu (napr. do školy). Nezabudni však v návratke uviesť presnú adresu, kam chceš dostávať poštu.
- Nedodržanie týchto pravidiel bude viesť k postihu.
- Pokiaľ máš dojem, že tvoje riešenie bolo nesprávne obodované, pošli čo najskôr písomnú sťažnosť. Nezabudni k nej priložiť aj originál sporného riešenia. Ďalšou možnosťou je zaslanie e-mailu na adresu `kms@kms.sk` spolu s oskenovaným riešením v prílohe.
- Ak ti nie je v zadaniach čokoľvek jasné, alebo máš akékoľvek pochybnosti, netreba sa báť spýtať sa nás. Ideálny spôsob je zaslanie e-mailu na `kms@kms.sk`.

Elektronické posielanie riešení

Presný návod na ich odovzdávanie nájdeš po prihlásení na stránke `www.kms.sk/eriesenia`. Pre elektronické posielanie riešení platia nasledovné pravidlá:

- Termín na odovzdanie je vždy v deň termínu odoslania série o **24:00**. Po tomto čase už elektronické posielanie nie je možné. Tento jednotný termín sa týka aj zahraničných riešiteľov.
- Akceptované sú iba riešenia vo formáte pdf písané na počítači, prípadne naskenované. Pri ich tvorbe odporúčame použiť TEX, prípadne export do formátu pdf z iných aplikácií. Môžeš pritom využiť predlohy, ktoré nájdeš na našej stránke. Ak posielaš oskenované riešenie, daj si pozor, či nie je príliš tmavé a či je čitateľné.
- Nezabudni v hlavičke riešenia uviesť svoje meno, triedu, školu a adresu!
- Na stránke `www.kms.sk/eriesenia` je možné (po prihlásení) vyplniť **elektronickú prihlášku**. Nebudeš ju tak musieť zasielať písomne. Opravené príklady ti pošleme späť na uvedenú adresu klasickým spôsobom.

Klub Trojstenu

Riešiteľom z celého Slovenska odporúčame navštíviť Klub Trojstenu, ktorý sa uskutoční v Bratislave 4. novembra 2016 večer po Fyzikálnom Náboji (`physics.naboj.org`). Čaká ťa na ňom séria zaujímavých prednášok z matematiky, fyziky a informatiky. Program pokračuje prespávaním v telocvični a mestskou hrou na ďalší deň. Bližšie informácie nájdeš v pozvánke, ktorú čoskoro zašleme tebe alebo na tvoju školu, a tiež na internetovej stránke `klub.trojsten.sk`.

Nájdeš nás aj na facebooku

Pokiaľ používaš Facebook, dávame ti do pozornosti našu fanúšikovskú FB stránku s názvom KMS. Dozvieš sa tam všetky aktuálne informácie, nájdeš tam zaujímavosti, videá, fotky atď. Podeľ sa s nami o tvoje postrehy, prípadne navrhni ďalšie nápady prostredníctvom FB stránky. Neváhaj si nás pridať kliknutím na „Páči sa mi to“ priamo na `www.kms.sk/fb` a dozvieš sa o našich novinkách omnoho rýchlejšie!

Odporúčaná literatúra

Riešenie niektorých úloh môže byť pre teba náročné, zvlášť ak si sa s podobnými úlohami ešte nestretol. Preto ti odporúčame Zbierku KMS, v ktorej nájdeš užitočné metódy riešenia úloh. Taktiež obsahuje aj výber úloh z minulých ročníkov KMS, ktoré sú zoradené do tématických celkov. Zbierku KMS môžeš nájsť na stránke `www.kms.sk/zbierka`.

Ďalším spôsobom, ako sa môžeš zlepšiť, je prepočítavanie úloh so starších ročníkov. Všetky úlohy, ktoré sa v KMS vyskytli, spolu so vzorovými riešeniami môžeš nájsť v našom archíve na `www.kms.sk/archiv`. Pri riešení týchto príkladov a čítaní vzorových riešení sa isto získaš užitočné skúsenosti.

Množstvo ďalších úloh spolu s užitočnými textami, ktoré uspokoja aj náročnejších riešiteľov, môžeš nájsť v archíve českého Matematického korespondenčního semináře na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/archive/archive.php`

Záujemcom o ďalšie štúdium odporúčame preštudovať si nasledujúce knihy o riešení matematických problémov:

Hecht, T. – Sklenáriková, Z.: Metódy riešenia matematických úloh

Larson, L. C.: Metódy riešenia matematických problémov. ALFA, Bratislava, 1990.

Zoznam ďalšej odporúčanej literatúry (aj pre pokročilých riešiteľov), či informácie o jej zapožičaní z našej knižnice nájdete na adrese `www.kms.sk/kniznica`.

.... TU ODSTRIHNI !!! ....

Prihláška do zimnej časti KMS 2016/2017 – **poslať spolu s 1. sériou!**

Meno a priezvisko: .... Dátum narodenia: ....

Škola: ....

Typ štúdia (4-ročné – 5-ročné – 8-ročné): .... Trieda: ....

Počet účastí na celoštátnom kole MO: ....

Adresa domov: ....

Adresa pre poštu (domov – internát – škola): ....

Tel. domov: .... mobil (vlastný): ....

e-mail: ....

Zadania 1. série zimnej časti KMS 2016/2017

Kategória ALFA

Úloha č. 1: ($\kappa \leq 1$)
Peťko prehral na šachovom turnaji. Bola to ťažká porážka, lebo neporazil žiadneho hráča. Rozhodol sa, že do nasledujúceho turnaja bude na sebe pracovať. Dobrý šachista musí byť zdatný v matematike, a preto Peťko začal nasledujúcim príkladom.
Nájdite všetky prirodzené čísla n, pre ktoré je $10^n + 8$ deliteľné číslom 72.

Úloha č. 2: ($\kappa \leq 2$)
Šachovnica má štvorcový tvar a štvorce majú veľa pravých uhlov. Peťko je však smutný, že v jeho trojuholníku nemá žiaden pravý uhol.
Peťko si teda zobral svoj rovnoramenný trojuholník ABC so základňou BC. Dokreslil kružnicu k so stredom v bode K, ktorá sa dotýkala priamky AC v bode C a pretínala druhýkrát úsečku BC v bode H. Dokážte, že priamky HK a AB sú na seba kolmé.

Úloha č. 3: ($\kappa \leq 3$)
Správny šachista sa musí starať o svoje figúrky. Keďže Peťko má len jedného koňa, stará sa oňho veľmi vzorne. Na políčka šachovnice A1, A2 až A8 postupne uloží 2^0, 2^1 až 2^7 kociek cukru. Na políčka B8, B7, až B1 postupne uloží 2^8, 2^9 až 2^{15} kociek, na políčka C1 až C8 postupne 2^{16} až 2^{23} kociek a takto pokračuje, až na políčko H1 uloží 2^{63} kociek cukru.
Potom položí koňa na nejaké políčko šachovnice a ten po nej začne skákať (ako riadny šachový kôň). Zakaždým, keď kôň doskočí na políčko, zje všetky kocky cukru, ktoré sú na ňom položené. Na začiatočnom políčku ešte neje kocky. Keď z políčka kôň odskočí, Peťko tam znova položí toľko kociek cukru, koľko tam bolo pôvodne. Po nejakom čase kôň doskáče na políčko, kde začínal, zje kocky cukru na ňom a kŕmenie sa skončí. Dokážte, že počet kociek cukru, ktoré kôň zjedol, je deliteľný tromi.

Úloha č. 4: ($\kappa \leq 4$)
Peťko stratil svoje obľúbené čísla a bez nich sa nemôže pripravovať. Ešte k tomu vypadla elektrina a nemá po ruke žiadnu baterku. Bude preto potrebovať pomoc.
Je dané prvočíslo p. Nájdite všetky štvorice kladných celých čísel a, b, c, d pre ktoré platí

$$ac - bd = p,$$
$$ad - bc = 0.$$

Úloha č. 5: ($\kappa \leq 7$)
Pri pripravovaní stratégie je dôležité nakresliť si ju. Keďže sa však Peťkovi pokazil počítač, musel si ju nakresliť na papier.
Nakreslil si pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole A a s odvesnou AB dlhšou ako odvesna AC. Os uhla ACB mu pretínala stranu AB v bode D a kolmicu na stranu BC vedúcu cez bod B v bode E. Obraz bodu E v stredovej súmernosti so stredom v bode B označil F. Úsečky BC a DF sa mu preťali v bode P. Dokážte, že priamky EP a FC sú na seba kolmé.

Úloha č. 6:
Peťko má už premyslenú svoju stratégiu a je presvedčený, že isto nasledujúci turnaj vyhrá a stane sa najlepším šachistom na škole. Presvedčenie však nestačí – potrebuje riadny matematický dôkaz.
Pre kladné reálne čísla x, y, z platí $xyz \geq xy + yz + xz$. Dokážte, že

$$\sqrt{xyz} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}.$$

Úloha č. 7:
Žiaden zápas Peťka nezaskočil. Dokonca nemal žiaden stres ani pri zápase, ktorý sa odohrával na šachovnici rozmerov $2n \times 2n$, kde n je prirodzené číslo.
V jednom okamihu si Peťko všimol, že na šachovnici sú figúrky rozmiestnené tak, že v každom riadku a v každom stĺpci je nepárny počet figúrok.[1] Dokážte, že počet figúrok na čiernych políčkach je párny.

[1] Figúrok na šachovnici môže byť ľubovoľne veľa. Na každom políčku sa nachádza najviac jedna figúrka.

Kategória BETA
Úlohy číslo **4, 5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:
Čakanie na vyhlásenie výsledkov je zdĺhavé, tak sa Peťko zahľadel na jeden pekný obraz a rozmýšľal, aké pekné veci na ňom platia.
Na obraze sa nachádza trojuholník ABC s bodom L na strane AC takým, že BL je os uhla ABC. Nech M je ľubovoľný vnútorný bod úsečky CL. Dotyčnica v bode B ku kružnici opísanej trojuholníku ABC pretína polpriamku CA v bode P. Dotyčnice cez body B a M ku kružnici opísanej trojuholníku BLM sa pretínajú v bode Q. Dokážte, že priamka PQ je rovnobežná s priamkou BL.

Úloha č. 9:
Po náročných zápasoch sa Peťko stal šachovým šampiónom školy. Ako prvú cenu dostal 2016 cukríkov, čo je naňho priveľa. Rozhodol sa preto, že sa s nimi podelí so svojou sestrou Zuzkou, a to nasledujúcim spôsobom.
Peťko rozmiestni nepárny počet krabíc po obvode kruhu a rozdelí do krabíc 2016 cukríkov. Potom si Zuzka zoberie jednu z krabíc so všetkými cukríkmi v nej. Peťko si následne vyberie polovicu zvyšných krabíc tak, aby spolu žiadne dve z nich nesusedili a zoberie si z nich cukríky. Peťko si chce zobrať aspoň k cukríkov. Nájdite najväčšie celé číslo k, pre ktoré je toho vždy schopný, bez ohľadu na to, čo Zuzka spraví.

Úloha č. 10:
Peťko nemá žiaden nápad, ako by vyriešil túto úlohu. Viete ju vyriešiť vy?
Nájdite všetky dvojice celých čísel (p, m), kde p je prvočíslo, také, že platí

$$p^3 + m(p+2) + 4^p = m^2 + p + 1.$$

Návody a videonávody k úlohám

Po termíne série zverejňujeme na našej stránke `www.kms.sk` medzi novinkami návody k úlohám. Pomôžu vám doriešiť úlohy, s ktorými ste si nevedeli rady. Taktiež vám môžu pomôcť videonávody, ktoré nájdete na našom YouTube kanáli `www.youtube.com/user/KorMatSem`.

Odporúčaná literatúra

Nielen začínajúcim riešiteľom odporúčame Zbierku KMS, v ktorej nájdete užitočné metódy riešenia úloh a taktiež aj výber úloh z minulých ročníkov KMS. Môžete ju nájsť na stránke `kms.sk/zbierka`.
Všetky úlohy, ktoré sa v KMS vyskytli, spolu so vzorovými riešeniami môžete nájsť v našom archíve na `www.kms.sk/archiv`. Pri riešení týchto príkladov a čítaní vzorových riešení isto získate užitočné skúsenosti.
Množstvo ďalších úloh spolu s užitočnými textami, ktoré uspokoja aj náročnejších riešiteľov, môžete nájsť v archíve českého Matematického korespondenčního semináře na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/archive/archive.php`

Partneri

Termín odoslania riešení: **3. október 2016** (pre zahraničie 30. september 2016)
Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. `www.kms.sk`

Zadania 2. série zimnej časti KMS 2016/2017

Kategória ALFA

Úloha č. 1: ($\kappa \leq 1$)
V mestečku Algebrovo nemajú nikoho, kto by vedel násobiť veľké čísla. Nevedia tak vyriešiť nasledujúci problém. Určte ciferný súčet súčinu $99\ldots9 \cdot 44\ldots4$. Oba činitele sú 2016-ciferné.

Úloha č. 2: ($\kappa \leq 2$)
Martin, ktorý je v Algebrove najlepší hráč kociek, si našiel zaujímavú hru. Povrch bielej kocky $3 \times 3 \times 3$ zafarbil nazeleno. Následne rozdelil kocku na 27 menších kociek $1 \times 1 \times 1$. Náhodne si vyberal jednu z kociek a hodil ňou.

a) Aká je pravdepodobnosť, že stena kocky ležiaca na zemi je zelená?
b) Martin si hodil kockou a uvidel 5 bielych stien (spodnú stenu nevidel). Aká je pravdepodobnosť, že si hodil kockou, ktorá má všetky steny biele?

Úloha č. 3: ($\kappa \leq 3$)
Námestie Algebrova má tvar štvorca $ABCD$. Na jeho uhlopriečke BD leží jeden osamelý bod E. Označme postupne H a K priesečníky výšok trojuholníkov ABE a ADE. Dokážte, že $BKDH$ je rovnobežník.

Úloha č. 4: ($\kappa \leq 4$)
Ako v každom meste, aj v Algebrove majú vybudovanú sieť na šírenie klebiet. Dokonca sa ňou chvália, že je najlepšia spomedzi okolitých miest.
V meste je n klebetníc. Na začiatku vie každá z nich jednu klebetu. Všetky klebety sú navzájom rôzne. Klebety sa šíra SMS-kami. Odosielateľka pošle v jednej SMS-ke všetky klebety, ktoré vie, nejakej inej klebetnici. Pre každé prirodzené číslo n určte, koľko najmenej SMS-iek je potrebných na to, aby každá klebetnica vedela o všetkých klebetách. Nezabudnite zdôvodniť, prečo menej SMS-iek nestačí.

Úloha č. 5: ($\kappa \leq 7$)
V jednom mestečku hľadajú zločincov, v inom zlato, v Algebrove však hľadajú čísla. Nájdite všetky prvočísla p, q, r také, že platí
$$2^{p+1} + q^2 = r^2.$$

Úloha č. 6:
Algeborovské legendy rozprávajú o tajomnej podmnožine prirodzených čísel X, ktorú ešte nikto nikdy nevidel. Podľa legiend má nasledujúcu vlastnosť: Aritmetický priemer čísel v každej podmnožine Y množiny X je celé číslo. Dokážte, že množina X môže obsahovať práve 2016 rôznych čísel. Taktiež ukážte, že nie je možné, aby množina X obsahovala nekonečne veľa čísel.

Úloha č. 7:
V Algebrove majú jeden nepríjemný zvyk. Miešajú tam hrušky s jablkami, teda presnejšie dĺžky strán s veľkosťami uhlov. V trojuholníku ABC so štandardným označením dĺžok strán a veľkostí uhlov dokážte, že platí
$$60^\circ \leq \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c}{a + b + c} < 90^\circ.$$

Kategória BETA

Úlohy číslo **4, 5, 6, 7** sú rovnaké ako v kategórii **ALFA**.

Úloha č. 8:
Nie je žiaden Algebrovčan, ktorý by nepozal tamojšiu špecialitu – algebrovské čísla.
Nech n je dané prirodzené číso. Algebrovské čísla sa označujú $A(i,j)$ a sú definované pre každú dvojicu nezáporných celých čísel (i,j) nasledovne: $A(0,j) = A(i,0) = 0$, $A(1,1) = n$ a
$$A(i,j) = \left\lfloor \frac{A(i-1,j)}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{A(i,j-1)}{2} \right\rfloor$$
pre všetky kladné celé čísla $(i,j) \neq (1,1)$.[2] Pre dané n určte, koľko existuje usporiadaných dvojíc prirodzených čísel (i,j) takých, že číslo $A(i,j)$ je nepárne.
Zápis $\lfloor a \rfloor$ označuje *dolnú celú časť* reálneho čísla a, t. j. najväčšie celé číslo, ktoré neprevyšuje a.

[2]Napríklad pre $n = 47$ platí $A(2,1) = \lfloor 0/2 \rfloor + \lfloor 47/2 \rfloor = 23$, $A(2,8) = 0$, $A(4,7) = 4$.

Úloha č. 9:
Jedna z ďalších miestnych legiend hovorí o jednom podivuhodnom čísle. Nech n je prirodzené číslo väčšie ako 1. Dokážte, že existuje prirodzené číslo $m > n^n$ také, že

$$\frac{n^m - m^n}{n + m}$$

je prirodzené číslo.

Úloha č. 10:
Vyznať sa v linkách MHD Algebrova nie je žiadna sranda. Môžete si ich skúsiť nakresliť.
Body A, B, C, D ležia na kružnici k. Priamky AC a BD sa pretínajú v bode K. Označme I_1, I_2, I_3, I_4 postupne stredy kružníc vpísaných trojuholníkom ABK, BCK, CDK, DAK a M_1, M_2, M_3, M_4 postupne stredy oblúkov AB, BC, CD, DA kružnice k, tak aby body A, M_1, B, M_2, C, M_3, D, M_4 ležali na kružnici k v uvedenom poradí. Dokážte, že priamky M_1I_1, M_2I_2, M_3I_3, M_4I_4 sa pretínajú v jednom bode.

Návody a videonávody k úlohám

Po termíne série zverejňujeme na našej stránke `www.kms.sk` medzi novinkami návody k úlohám. Pomôžu vám doriešiť úlohy, s ktorými ste si nevedeli rady. Taktiež vám môžu pomôcť videonávody, ktoré nájdete na našom YouTube kanáli `www.youtube.com/user/KorMatSem`.

Odporúčaná literatúra

Nielen začínajúcim riešiteľom odporúčame Zbierku KMS, v ktorej nájdete užitočné metódy riešenia úloh a taktiež aj výber úloh z minulých ročníkov KMS. Môžete ju nájsť na stránke `www.kms.sk/zbierka`.
Všetky úlohy, ktoré sa v KMS vyskytli, spolu so vzorovými riešeniami môžete nájsť v našom archíve na `www.kms.sk/archiv`. Pri riešení týchto príkladov a čítaní vzorových riešení isto získate užitočné skúsenosti.
Množstvo ďalších úloh spolu s užitočnými textami, ktoré uspokoja aj náročnejších riešiteľov, môžete nájsť v archíve českého Matematického korespondenčního semináře na adrese `http://mks.mff.cuni.cz/archive/archive.php` `www.kms.sk/kniznica`.

Partneri

Termín odoslania riešení: **7. november 2016** (pre zahraničie 4. november 2016)
Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. `www.kms.sk`